Enunciação:
Revista do Programa de Pós-Graduação em Filosofia da UFRRJ

Rudimentos de semântica modal para fórmulas abertas

Outlines of modal semantics for open formulae

Luciano Vicente (UFJF)
Departamento de Filosofia

Resumo

A proposta do artigo é investigar tão ingenuamente quanto possível o comportamento semântico de fórmulas abertas de linguagens modais. Na hipótese, por exemplo, que certo valor semântico é associado à fórmula '*x é professor*', quais seriam os valores semânticos associados às fórmulas '*Não é o caso que x é professor*' e '*É possível que x seja professor*'? Para tanto, são introduzidos dois tipos específicos de atribuições de valores às variáveis: (**a**) as *atribuições absolutas* e (**b**) as *atribuições relativas*.
Palavras-chave: semântica, lógica modal, atribuições.

Abstract

The aim of this paper is to examine as naively as possible the semantic behavior of open formulae in modal languages. Assuming, for example, that a certain semantic value is associated with the formula '*x is a teacher*', what would be the semantic values associated with the formulae '*It is not the case that x is a teacher*' and '*It is possible that x is a teacher*'? To this end, two specific types of value assignments for variables are introduced: (a) *absolute assignments* and (b) *relative assignments*.
Keywords: semantics, modal logic, assignments.

Introdução

A proposta do artigo é investigar tão ingenuamente quanto possível o comportamento semântico de fórmulas abertas de linguagens modais.[1] Na hipótese, por exemplo, que certo valor semântico é associado à fórmula '*x é professor*',

[1]Estamos, portanto, diante daquilo que é, segundo Quine (1966, p. 157), "*the third and gravest degree*" de envolvimento modal.

quais seriam os valores semânticos associados às fórmulas '*Não é o caso que x é professor*' e '*É possível que x seja professor*'? Para tanto, são introduzidos dois tipos específicos de atribuições de valores às variáveis: (**a**) as *atribuições absolutas* e (**b**) as *atribuições relativas*. Existem, nos dois casos, certas *anomalias* interessantes cuja superação sugere uma ou outra *alternativa semântica* no nível dos modelos e/ou atribuições e cujas consequências abrangem, no limite, (**1**) questões ligadas à inteligibilidade da lógica modal e (**2**) a querela entre contingentistas e necessitistas. Seja como for, a investigação proposta é uma etapa preliminar, embrionária e exploratória de uma discussão, por enquanto, essencialmente *lógica* e *formal* (em oposição à discussão propriamente filosófica).

1 Linguagem $\mathcal{L}$

Em virtude do contexto imediato de investigação — a saber, o comportamento semântico de fórmulas abertas —, algumas restrições e simplificações serão convenientemente introduzidas. De fato, é uma linguagem $\mathcal{L}$ específica e particular que é definida abaixo e as formas generalizadas dos resultados apresentados subsequentemente estarão apenas implícitas.

Vocabulário. O *vocabulário* da linguagem $\mathcal{L}$ é constituído

(**a**) pelas constantes lógicas: $\Diamond$, $\exists$, $\neg$ e $\vee$;

(**b**) pela variável individual: x;

(**c**) pelos símbolos de predicados: F, G.

Linguagem $\mathcal{L}$.

(**a**) Fx e Gx são fórmulas de $\mathcal{L}$ (as fórmulas atômicas de $\mathcal{L}$);

(**b**) $\Diamond\alpha$, $\exists x\alpha$, $\neg\alpha$ e $(\alpha \vee \beta)$ são fórmulas de $\mathcal{L}$, se α e β são fórmulas de $\mathcal{L}$.

2 Modelos básicos de $\mathcal{L}$

Modelos básicos. Um *modelo básico* $\mathcal{M}$ de $\mathcal{L}$ é:

(**a**) Uma coleção $\mathcal{I}^{\mathcal{M}}$ de *índices* de $\mathcal{M}$;

(**b**) Um *domínio absoluto* $\mathcal{D}^{\mathcal{M}}$ de indivíduos de $\mathcal{M}$;

(**c**) Uma sequência ${\mathcal{D}_i}^{\mathcal{M}}$ de *domínios relativos* indexados por $\mathcal{I}^{\mathcal{M}}$ tal que, para todo $i \in \mathcal{I}^{\mathcal{M}}$, ${\mathcal{D}_i}^{\mathcal{M}} \subseteq \mathcal{D}^{\mathcal{M}}$;

(**d**) Um subconjunto $i^{\mathcal{M}}[F]$ de $\mathcal{D}_i^{\mathcal{M}}$ para cada $i \in \mathcal{I}^{\mathcal{M}}$;

(**e**) Um subconjunto $i^{\mathcal{M}}[G]$ de $\mathcal{D}_i^{\mathcal{M}}$ para cada $i \in \mathcal{I}^{\mathcal{M}}$.

Notemos que nenhuma relação de acessibilidade é introduzida com respeito aos índices dos modelos básicos, em outras palavras, os resultados abaixo se limitam às chamadas *modalidades metafísicas* (cuja contrapartida tradicional é *S5*).

3 Tipos de atribuição em $\mathcal{M}$

Atribuições absolutas. Uma *atribuição absoluta* em $\mathcal{M}$ é simplesmente um elemento e de $\mathcal{D}^{\mathcal{M}}$.

Suponhamos que $\mathcal{A}$ é um modelo básico tal que:

(**b**) $\mathcal{D}^{\mathcal{A}}$ = {Luciano Vicente, Antônio Mariano, Luís Dreher}.

Existem, portanto, exatamente três atribuições absolutas em $\mathcal{A}$:

e_1 = Luciano Vicente; e_2 = Antônio Mariano; e_3 = Luís Dreher.

Diferentemente das atribuições absolutas, em que as variáveis são tratadas como designadores "transmundanos", no caso das *atribuições relativas*, as variáveis são tratadas como designadores "intramundanos".

Atribuições relativas. Uma *atribuição relativa* em $\mathcal{M}$ é uma função parcial $\delta(x)$ de $\mathcal{I}^{\mathcal{M}}$ tal que $\delta(i) \in \mathcal{D}_i^{\mathcal{M}}$, se $\delta(i)$ está definido[2].

Suponhamos que o modelo básico $\mathcal{A}$ é tal que:

(**a**) $\mathcal{I}^{\mathcal{A}} = \{0, 1\}$;

(**c**) $\mathcal{D}_0{}^{\mathcal{A}}$ = {Antônio Mariano}, $\mathcal{D}_1{}^{\mathcal{A}}$ = {Antônio Mariano, Luís Dreher}.

Existem, portanto, exatamente seis atribuições relativas em $\mathcal{A}$:
$f = \varnothing$;
g = {⟨0, Antônio Mariano⟩};
h = {⟨1, Antônio Mariano⟩};
i = {⟨1, Luís Dreher⟩};
j = {⟨0, Antônio Mariano⟩, ⟨1, Antônio Mariano⟩};
k = {⟨0, Antônio Mariano⟩, ⟨1, Luís Dreher⟩}.

[2] A motivação da introdução de funções parciais no lugar de funções totais é que as últimas impõem que todos os domínios relativos sejam "habitados", ou seja, $\neq \varnothing$; uma imposição extremamente forte no contexto exploratório proposto no artigo.

4 Atribuições absolutas

4.1 Valores semânticos em atribuições absolutas

Satisfação. Para qualquer modelo básico $\mathcal{M}$ de $\mathcal{L}$, índice i em $\mathcal{M}$ e atribuição absoluta e em $\mathcal{M}$:

(A_0) $\mathcal{M}, i, e \vDash \Pi x$ se e somente se $e \in i^{\mathcal{M}}[\Pi]$, se Πx é uma fórmula atômica;

$(A_\neg)$ $\mathcal{M}, i, e \vDash \neg\Psi$ se e somente se $\mathcal{M}, i, e \nvDash \Psi$;

$(A_\vee)$ $\mathcal{M}, i, e \vDash (\Psi_1 \vee \Psi_2)$ se e somente se $\mathcal{M}, i, e \vDash \Psi_1$ ou $\mathcal{M}, i, e \vDash \Psi_2$;

$(A_\exists)$ $\mathcal{M}, i, e \vDash \exists x\Psi$ se e somente se existe a em $\mathcal{D}_i^{\mathcal{M}}$ tal que $\mathcal{M}, i, a \vDash \Psi$;

$(A_\Diamond)$ $\mathcal{M}, i, e \vDash \Diamond\Psi$ se e somente se existe j em $\mathcal{I}^{\mathcal{M}}$ tal que $\mathcal{M}, j, e \vDash \Psi$.

Uma vez que a ênfase do artigo é o comportamento semântico das fórmulas abertas de $\mathcal{L}$, a formulação em termos de soluções atribuíveis[3] é vantajosa.

Soluções. Para qualquer modelo básico $\mathcal{M}$ de $\mathcal{L}$, índice i em $\mathcal{M}$:

(B_0) $e \in \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Pi x]$ se e somente se $e \in i^{\mathcal{M}}[\Pi]$, se Πx é uma fórmula atômica;

$(B_\neg)$ $e \in \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\neg\Psi]$ se e somente se $\mathcal{M}, i, e \nvDash \Psi$;

$(B_\vee)$ $e \in \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[(\Psi_1 \vee \Psi_2)]$ se e somente se $\mathcal{M}, i, e \vDash \Psi_1$ ou $\mathcal{M}, i, e \vDash \Psi_2$;

$(B_\exists)$ $e \in \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\exists x\Psi]$ se e somente se existe a em $\mathcal{D}_i^{\mathcal{M}}$ tal que $\mathcal{M}, i, a \vDash \Psi$;

$(B_\Diamond)$ $e \in \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Diamond\Psi]$ se e somente se existe j em $\mathcal{I}^{\mathcal{M}}$ tal que $\mathcal{M}, j, e \vDash \Psi$.

Convenção. Na grande maioria dos casos, um "fechamento" adequado dos enunciados dos teoremas abaixo será, em nome de uma leitura mais limpa e fácil, suposto; *e. g.*: a expressão 'Para qualquer fórmula Ψ de $\mathcal{L}$, qualquer modelo básico $\mathcal{M}$, índice i de $\mathcal{M}$' é deixada implícita no **Teorema 2**; entretanto, em alguns poucos casos, os enunciados tomarão formas mais ou menos explícitas em nome da clareza conceitual.

Segue-se, imediatamente, que:

Teorema 1. $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Pi x] = i^{\mathcal{M}}[\Pi]$, se Πx é uma fórmula atômica (de $\mathcal{L}$).
Teorema 2. $e \in \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi]$ se e somente se $\mathcal{M}, i, e \vDash \Psi$.

[3] O conceito de solução atribuível é uma adaptação do conceito de conjunto-solução estudado nas aulas de lógica da Professora Andréa Loparic durante minha graduação.

O **Teorema 2** é uma espécie de princípio de uniformidade, no contexto das atribuições absolutas, do conceito de soluções atribuíveis.

Teorema 3. $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\neg\Psi x] = \mathcal{D}^{\mathcal{M}} - \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi x]$.

Prova. Suponhamos, primeiramente, que $e \notin \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi x]$. Ora, se $e \notin \mathcal{D}^{\mathcal{M}}$, então a atribuição absoluta e nem existe; portanto, $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\neg\Psi x] \subseteq \mathcal{D}^{\mathcal{M}}$. Se $e \in \mathcal{D}^{\mathcal{M}}$, então $\mathcal{M}, i, e \nvDash \Psi x$; portanto, $e \in \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\neg\Psi x]$. Suponhamos, então, que $e \in \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi x]$, segue-se que $\mathcal{M}, i, e \vDash \Psi x$ e, portanto, que $e \notin \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\neg\Psi x]$.

Corolário 4.

(**a**) $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi x] \cap \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\neg\Psi x] = \varnothing$;

(**b**) $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi x] \cup \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\neg\Psi x] = \mathcal{D}^{\mathcal{M}}$;

(**c**) $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi x] = \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\neg\neg\Psi x]$.

Assim, os domínios relativos dos modelos básicos, no contexto das atribuições absolutas, são irrelevantes em relação ao comportamento semântico das negações. Além disso, do ponto de vista das soluções atribuíveis, as negações apresentam certo tipo de comportamento modal, na medida em que é possível que $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\neg\Psi x] \nsubseteq \mathcal{D}_i^{\mathcal{M}}$.

Corolário 5. Se $\mathcal{D}_i^{\mathcal{M}} \subset \mathcal{D}^{\mathcal{M}}$, então $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\neg\Psi x] \nsubseteq \mathcal{D}_i^{\mathcal{M}}$.

O **Corolário 5** é uma possível motivação para substituição de atribuições absolutas por atribuições relativas. Assim, ao menos em contextos clássicos (*e. g.*, a negação de uma fórmula atômica), entidades de ontologias de "outros mundos" não seriam mobilizadas enquanto valor semântico de fórmulas abertas. Em outra chave, o **Corolário 5** pode ser pensado como motivação para a eliminação completa dos domínios relativos.

No caso, o **Corolário 5** é, no contexto exploratório do artigo, uma das *anomalias* referidas na introdução, na medida em que é *prima facie* estranho que, no mundo atual, o sétimo filho de Luciano Vicente (que, de fato, não existe) seja "parte" do conteúdo semântico de '*x não é professor*'. Além disso, (**1**) o recurso às atribuições relativas e (**2**) a eliminação dos domínios relativos são *alternativas semânticas* motivadas pela anomalia[4]. Ao menos à primeira vista, a eliminação dos domínios relativos é uma alternativa mais radical: ou se torna extremamente complicado dizer que '*o sétimo filho de Luciano Vicente poderia ter sido professor*' ou, apesar das aparências, o sétimo filho de Luciano Vicente, de fato, existe.

[4]Um termo mais neutro do ponto de vista psicológico e filosófico seria, sem dúvida, melhor do que 'anomalia'. Uma opção seria, por exemplo, 'irregularidade', entretanto, as conotações conceituais de 'irregularidade' seriam, por razões diferentes, ainda mais enganadoras.

Segue-se das definições acima que:

Teorema 6. $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi_1 \vee \Psi_2] = \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi_1] \cup \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi_2]$.
Teorema 7. $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\exists x\Psi] = \mathcal{D}^{\mathcal{M}}$ ou $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\exists x\Psi] = \varnothing$.
Teorema 8. $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Diamond\Psi] = \bigcup\limits_{j \in \mathcal{I}^{\mathcal{M}}} \mathcal{S}_j^{\mathcal{M}}[\Psi]$.

5 Atribuições relativas

5.1 Valores semânticos em atribuições relativas

Variantes. Uma atribuição δ' é variante em i de $\mathcal{M}$ da atribuição relativa δ em $\mathcal{M}$ se e somente se para algum $a \in \mathcal{D}_i^{\mathcal{M}}$

(a) ou $\delta' = (\delta - \{\langle i, e\rangle\}) \cup \{\langle i, a\rangle\}$, se $\langle i, e\rangle \in \delta$;

(b) ou $\delta' = \delta \cup \{\langle i, a\rangle\}$, se $\langle i, e\rangle \notin \delta$.

Satisfação. Para qualquer modelo básico $\mathcal{M}$ de $\mathcal{L}$, índice i em $\mathcal{M}$ e atribui-ção relativa δ em $\mathcal{M}$:

(C_0) $\mathcal{M}, i, \delta \vDash \Pi x$ se e somente se $\delta(i) \in i^{\mathcal{M}}[\Pi]$, no caso de Πx atômica;

$(C_\neg)$ $\mathcal{M}, i, \delta \vDash \neg\Psi$ se e somente se $\mathcal{M}, i, \delta \nvDash \Psi$;

$(C_\vee)$ $\mathcal{M}, i, \delta \vDash (\Psi_1 \vee \Psi_2)$ se e somente se $\mathcal{M}, i, \delta \vDash \Psi_1$ ou $\mathcal{M}, i, \delta \vDash \Psi_2$;

$(C_\exists)$ $\mathcal{M}, i, \delta \vDash \exists x\Psi$ se e somente se existe alguma atribuição δ' variante em i de $\mathcal{M}$ de δ tal que $\mathcal{M}, i, \delta' \vDash \Psi$;

$(C_\Diamond)$ $\mathcal{M}, i, \delta \vDash \Diamond\Psi$ se e somente se existe j em $\mathcal{I}^{\mathcal{M}}$ tal que $\mathcal{M}, j, \delta \vDash \Psi$.

O resultado abaixo é essencial no estabelecimento rigoroso de vários dos resultados subsequentes.

Lema 9. Para quaisquer atribuições relativas δ e γ em $\mathcal{M}$, $(\delta(i) = \gamma(i) \rightarrow (\mathcal{M}, i, \delta \vDash \Psi \leftrightarrow \mathcal{M}, i, \gamma \vDash \Psi))$.

Ou seja, nos casos em que atribuições relativas em algum modelo específico concordam com respeito ao elemento associado à variável, as atribuições satisfazem as mesmas fórmulas (relativamente ao índice). Uma vez que 'x' é a única variável de $\mathcal{L}$, seria necessário, para a generalização do **Lema 9**, que as atribuições relativas concordassem com respeito a todos elementos associados às variáveis. A demonstração é feita quase que rotineiramente por indução na complexidade da fórmula. A base da indução é imediata e aplicação da hipótese da indução é direta em todos os casos, exceto no do existencial. Analisando o caso do existencial um pouco mais de perto, suponhamos que $\mathcal{M}, i, \delta \vDash \exists x\Psi$. Assim, existe alguma atribuição, por $C_\exists$, δ' variante em i de $\mathcal{M}$ de δ tal que $\mathcal{M}, i, \delta' \vDash \Psi$. A questão é, então, estabelecer variantes γ' de γ concomitantes às variantes δ' de δ. Assim, da aplicação da hipótese da indução às variantes γ' em i de γ, segue-se que existe alguma atribuição γ' variante em i de $\mathcal{M}$ de γ tal que $\mathcal{M}, i, \gamma' \vDash \Psi$. Portanto, $\mathcal{M}, i, \gamma \vDash \exists x\Psi$ por $C_\exists$.

Soluções. Para qualquer modelo básico $\mathcal{M}$ de $\mathcal{L}$, índice i em $\mathcal{M}$:

(B_0) $e \in \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Pi x]$ se e somente se existe atribuição relativa δ tal que $e = \delta(i)$ e que $e \in i^{\mathcal{M}}[\Pi]$, se Πx é uma fórmula atômica;

$(B_\neg)$ $e \in \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\neg\Psi]$ se e somente se existe atribuição relativa δ tal que $e = \delta(i)$ e que $\mathcal{M}, i, \delta \nvDash \Psi$;

$(B_\vee)$ $e \in \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[(\Psi_1 \vee \Psi_2)]$ se e somente se existe atribuição relativa δ tal que $e = \delta(i)$ e que $\mathcal{M}, i, \delta \vDash \Psi_1$ ou $\mathcal{M}, i, \delta \vDash \Psi_2$;

$(B_\exists)$ $e \in \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\exists x\Psi]$ se e somente se existe atribuição relativa δ tal que $e = \delta(i)$ e que, para alguma atribuição δ' variante em i de $\mathcal{M}$ de δ, $\mathcal{M}, i, \delta' \vDash \Psi$;

$(B_\Diamond)$ $e \in \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Diamond\Psi]$ se e somente se existe alguma atribuição relativa δ em $\mathcal{M}$ e algum índice j de $\mathcal{I}^{\mathcal{M}}$ tal que $e = \delta(j)$ e $\mathcal{M}, j, \delta \vDash \Psi$.

Teorema 10.

(a) $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Pi x] \subseteq \mathcal{D}_i^{\mathcal{M}}$, se Πx é uma fórmula atômica;

(b) $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\neg\Psi x] \subseteq \mathcal{D}_i^{\mathcal{M}}$;

(c) $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[(\Psi_1 \vee \Psi_2)] \subseteq \mathcal{D}_i^{\mathcal{M}}$;

(d) $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\exists x\Psi] \subseteq \mathcal{D}_i^{\mathcal{M}}$.

O resultado análogo aos do **Teorema 10** para as possibilitações, como esperado, não se verifica:

Teorema 11. É possível que $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Diamond\Psi] \nsubseteq \mathcal{D}_i^{\mathcal{M}}$.

Prova. Suponhamos que um modelo básico $\mathcal{B}$ é tal que:

(a) $\mathcal{I}^{\mathcal{B}} = \{0, 1\}$;

(b) $\mathcal{D}^{\mathcal{B}} = \{\text{Luciano, Messi, Ana}\}$.

(c) $\mathcal{D}_0{}^{\mathcal{B}} = \{\text{Luciano}\}$, $\mathcal{D}_1{}^{\mathcal{B}} = \{\text{Messi}\}$;

(d) $0^{\mathcal{B}}[F] = \{\text{Luciano}\}$, $1^{\mathcal{B}}[F] = \{\text{Messi}\}$.

No caso, $\mathcal{S}_0^{\mathcal{B}}[\Diamond Fx] = \{\text{Luciano, Messi}\}$.

Teorema 12. $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Pi x] = i^{\mathcal{M}}[\Pi]$, se Πx é uma fórmula atômica (de $\mathcal{L}$).

Prova. No caso em que $a \in i^{\mathcal{M}}[\Pi]$, tome a atribuição relativa $\delta = \{\langle i, a\rangle\}$; assim, $a \in \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Pi x]$. No caso em que $a \notin i^{\mathcal{M}}[\Pi]$, para nenhuma atribuição δ tal que $\{\langle i, a\rangle\} \in \delta$, $\mathcal{M}, i, \delta \vDash \Pi x$; portanto, $a \notin \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Pi x]$.

Teorema 13. $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\neg\Psi] = \mathcal{D}_i^{\mathcal{M}} - \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi]$.

Esboço da prova. Suponhamos que $e \in \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\neg\Psi]$, temos por definição que existe uma atribuição relativa δ tal que $e = \delta(i)$ e que $\mathcal{M}, i, \delta \nvDash \Psi$. Ora, pelo **Lema 9**, para qualquer atribuição relativa γ tal que $e = \gamma(i)$, $\mathcal{M}, i, \gamma \nvDash \Psi$. Portanto, $e \notin \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi]$.

Corolário 14.

(**a**) $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi x] \cap \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\neg\Psi x] = \varnothing$;

(**b**) $\mathcal{D}_i^{\mathcal{M}} \subseteq \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi x] \cup \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\neg\Psi x]$;

(**c**) $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\neg\neg\Psi x] \subseteq \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi x]$.

Os resultados do **Corolário 14** são, conferir o modelo $\mathcal{B}$ acima, os melhores possíveis:

(**b′**) $\mathcal{S}_0^{\mathcal{B}}[\Diamond Fx] \cup \mathcal{S}_0^{\mathcal{B}}[\neg\Diamond Fx] = \{\text{Luciano, Messi}\} \neq \mathcal{D}^{\mathcal{B}}$;

(**c′**) $\mathcal{S}_0^{\mathcal{B}}[\neg\neg\Diamond Fx] = \{\text{Luciano}\}$, $\mathcal{S}_0^{\mathcal{B}}[\Diamond Fx] = \{\text{Luciano, Messi}\}$.

Assim, a anomalia **b′** é motivação para que tomemos o domínio absoluto como união dos domínios relativos (uma alternativa semântica), enquanto **c′** é uma motivação — aparentemente mais fraca, é verdade, na medida em que questões concernentes à quantificação e à igualdade seriam também relevantes — para eliminar os domínios relativos (outra alternativa). Entretanto, a anomalia **c′** é, em termos intuitivos, mais direta, pois os conteúdos semânticos das expressões ‘*é o caso que p*’ e ‘*não é o caso que (não é o caso p)*’ seriam, em contextos modais, diferentes.

Segue-se das definições acima que:

Teorema 15. $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi_1 \vee \Psi_2] = \mathcal{D}_i^{\mathcal{M}} - (\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi_1] \cup \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi_2])$.

Teorema 16. $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\exists x\Psi] = \mathcal{D}_i^{\mathcal{M}}$ ou $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\exists x\Psi] = \varnothing$.

Prova. Suponhamos que $a \in \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\exists x\Psi]$; por $C_\exists$, existe uma variante δ' em i de $\mathcal{M}$ δ tal que, para algum b, $b = \delta'(i)$ e $\mathcal{M}, i, \delta' \vDash \Psi$. Seja $\gamma' = \{\langle i, b\rangle\}$, pelo **Lema 9**, temos que $\mathcal{M}, i, \gamma' \vDash \Psi$. Ora, para qualquer $c \in \mathcal{D}_i^{\mathcal{M}}$, γ' é uma variante em i de $\gamma = \{\langle i, c\rangle\}$ e, portanto, $c \in \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\exists x\Psi]$.

Os teoremas **15** e o **16** são, analogamente ao resultado **c′**, *prima facie* anomalias, na medida em que a aplicação das constantes clássicas “cancelam” os aspectos modais das fórmulas em que são aplicadas. Por exemplo, existe demanda intuitiva para que $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi_1 \vee \Psi_2] = \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi_1] \cup \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi_2]$ no lugar do **Teorema 15**; ou seja, para que, no caso em que a sentença '*O sétimo filho de Luciano Vicente poderia ter sido professor.*' é verdadeira, o sétimo filho de Luciano Vicente fosse "parte" do conteúdo semântico de '*x é professor ou é possível que x tivesse sido professor.*'.

Teorema 17. $\mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Diamond\Psi] = \bigcup_{j \in \mathcal{I}^{\mathcal{M}}} \mathcal{S}_j^{\mathcal{M}}[\Psi]$.

No contexto das atribuições relativas, o **Teorema 17** impede que seja estabelecido um resultado análogo ao **Teorema 2** (que é uma espécie de princípio de uniformidade para atribuições absolutas), a saber:

Teorema 2′. $e \in \mathcal{S}_i^{\mathcal{M}}[\Psi]$ se e somente se existe atribuição relativa δ tal que $e = \delta(i)$ e $\mathcal{M}, i, e \vDash \Psi$.

E, nesse sentido, o comportamento semântico das fórmulas abertas de $\mathcal{L}$ seria, portanto, menos uniforme no caso das atribuições relativas do que no das atribuições absolutas.

6 Considerações finais

Seja como for, as atribuições absolutas impõem certo comportamento modal às fórmulas — puramente clássicas, inclusive — de $\mathcal{L}$ (*e. g.*, teoremas **3** e **7**) conformemente à referência essencial ao domínio absoluto; enquanto as atribuições relativas impõem certo comportamento clássico às fórmulas — modais, inclusive — de $\mathcal{L}$ (*e. g.*, teoremas **15** e **16**) conformemente à restrição essencial ao domínio relativo em causa. Nesse sentido, na medida em que o contexto modal como um todo repercute no comportamento, por assim dizer, local das fórmulas, as modalidades são mais do que um mero acréscimo à teoria clássica das fórmulas abertas e, argumentativamente, da quantificação (embora talvez sejam um mero acréscimo à lógica sentencial clássica), como Quine, por outros meios, havia percebido.

Referências

QUINE, W. V. O. Three grades of modal involvement. In: *The ways of paradox and other essays*. New York: Random House, 1966. p. 156–174. 86

WILLIAMSON, T. *Modal logic as metaphysics*. Oxford: Oxford University Press, 2013.